

Zákon radioaktivního rozpadu

Zákon radioaktivního rozpadu popisuje kvantitativně rozpad ve velkém souboru radioaktivních prvků. Matematicky je zákon formulován následujícím způsobem:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

, kde N je počet atomů v daném vzorku v čase t , N_0 je počet atomů v čase $t=0$ a λ je rozpadová konstanta. Rozpadová konstanta souvisí s často používaným poločasem rozpadu následujícím způsobem:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Poločas rozpadu charakterizuje příslušný izotop. Jde konstantu, kterou lze s velmi dobrou spolehlivostí pokládat za konstantní navzdory běžným fyzikálním vlivům jako je tlak, teplota nebo chemické okolí příslušného izotopu. Jeho hodnota se pohybuje od zlomků sekundy až po tisíce let.

Předpoklady

Zákon je odvozen za zjednodušující předpokladů. Některé pouze usnadňují odvození, v dalším kroku lze ukázat, že jejich vypuštění vede pouze k nepatrně složitějším tvarům. Jiné vycházejí z fyzikálních představ o rozpadu jádra jako o fyzikálním ději. Jejich oprávněnost stojí jednak na hlubších principech jaderné fyziky a jednak na tom, že výsledky předpovězené zákonem radioaktivního rozpadu jsou ve velmi dobré shodě s experimentem.

Předpoklady usnadňující odvození jsou:

- Na počátku sledování je ve studovaném objemu je pouze N identických atomů příslušného izotopu.
- Příslušný izotop se rozpadá pouze jedním typem jaderného rozpadu.

Předpoklady vycházející z fyzikální podstaty jaderného rozpadu jsou:

- Rozpad jádra je nevratný děj. Jakmile se jádro jednou rozpadne, nedojde k jeho "složení".
- Rozpad jádra je náhodný děj. Pravděpodobnost, že u daného jádra v daném okamžiku dojde k rozpadu, nezávisí na předchozím čase, je v každém čase (kdy ještě nedošlo k rozpadu) konstantní. Předpoklad nezávislosti na minulosti je poněkud protiintuitivní. Nejlepší představa pro nefyzika je taková, že jádro příslušného radioizotopu bez jakýchkoliv známek "pnutí a pukání" čeká, dokud se z ničeho nic nerozpadne.

Odvození

K odvození lze použít několik postupů. Každý z nich je založen na aplikaci základu infinitesimálního počtu a více implicitně nebo více explicitně uvedeném základu počtu pravděpodobnosti.

Předpokládáme nejdříve jen jeden atom. Pravděpodobnost, že se rozpadne, je v libovolném čase stejná, je úměrná pouze délce tohoto intervalu. Pro nekonečně krátký časový interval dt se tedy pravděpodobnost p rozpadu konkrétního atomu určí jako:

$$p = \lambda dt$$

, kde λ je konstanta úměrnosti. Tato konstanta se označuje jako **rozpadová konstanta** a má význam konstanty charakterizující rychlost rozpadu.

Nyní předpokládejme, že je v souboru N částic. Střední hodnota, tedy vágně průměrný počet částic, které se v systému za čas dt rozpadnou, je dána jednoduše:

$$\bar{N}_r = pN$$

Pro velmi vysokou hodnotu N je rozptyl zanedbatelný, takže lze psát, že za nekonečně malý čas dt se rozpadne pokaždé stejně (nekonečně málo) jader dN . Protože se celkem samozřejmě předpokládá, že se jádra rozpadnou, objevuje se ve vztahu znaménko mínus:

$$dN = -\lambda N dt$$

Výše uvedený vztah je obyčejná diferenciální rovnice, kterou lze upravit následujícím způsobem (tato metoda řešení obyčejných diferenciálních rovnic se nazývá metoda separace proměnných; rovnice, které lze takto řešit, se nazývají separovatelné):

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

a následně jednoduše integrovat:

$$\int_{N_0}^N \frac{dN_t}{N_t} = -\lambda \int_0^t d\tau$$

Určení integračních mezí je záležitostí teorie diferenciálních rovnic. Náznorně si to lze představit tak, že se na levé straně rovnice integruje od počátečního počtu částic N_0 do současného počtu částic N , na pravé pak přes odpovídající čas. Po integraci obou stran rovnice a po jednoduché úpravě bude výsledek:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Jako zákon radioaktivního rozpadu se někdy označuje již výše uvedená diferenciální rovnice, obvykle však až tato jednoduchá rovnice.

Rozpadová konstanta a poločas rozpadu

Rozpadová konstanta λ plně popisuje rychlost rozpadu. Protože je méně názorná, obvykle se používá poločas rozpadu $T_{1/2}$, který říká, za jak dlouho se množství izotopu v daném vzorku sníží na polovinu. Protože rozpadová konstanta i poločas rozpadu popisují tutéž vlastnost, je mezi nimi jednoznačný vztah, který lze odvodit následujícím způsobem.

Nechť je na počátku ve vzorku N_0 atomů. Po uplynutí poločasu $T_{1/2}$ je ve vzorku z definice $N_1 = N_0/2$ atomů. Jistě platí:

$$N_0/2 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

Pokrácením obou stran rovnice dostaneme:

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}}$$

Protože na obou stranách rovnice jsou kladné hodnoty, lze obě strany rovnice logaritmovat:

$$\ln \frac{1}{2} = \ln e^{-\lambda T_{1/2}}$$

S využitím základních vlastností logaritmů lze vztah upravit:

$$-\ln 2 = -\lambda T_{1/2}$$

A tedy:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Odkazy

Související články

- Radioaktivita
- Radionuklid
- Rozpad alfa
- Rozpad beta
- Vylučování radioaktivních látek organismem

Literatura

- HRAZDIRA, Ivo a Vojtěch MORNSTEIN. *Lékařská biofyzika a přístrojová technika*. 1. vydání. Brno : Neptun, 2001. 396 s. ISBN 80-902896-1-4.
- HÁLA, Jiří. *Radioaktivita, ionizující záření, jaderná energie*. 1. vydání. Brno : Konvoj, 1998. 312 s. ISBN 80-85615-56-8.